



Olimpíada Pernambucana de Matemática 2016

Nível - 2

Caderno de Questões

LEIA COM ATENÇÃO

- 01.** Só abra este caderno após ler todas as instruções e quando for autorizado pelos fiscais da sala.
- 02.** Preencha os dados pessoais.
- 03.** Não destaque as folhas desse caderno.
- 04.** As 5(cinco) primeiras questões são de proposições múltiplas; cada uma delas apresenta 5(cinco) alternativas para você decidir e marcar na coluna apropriada quais são verdadeiras e quais são falsas. As alternativas podem ser todas verdadeiras, todas falsas ou algumas verdadeiras e outras falsas. Na folha de respostas, as verdadeiras devem ser marcadas na coluna V; as falsas, na coluna F.
- 05.** As 3(três) últimas questões são discursivas e devem ser resolvidas, no caderno de prova, e na página onde estão enunciadas.
- 06.** Se o caderno não estiver completo, exija outro do fiscal da sala.
- 07.** Ao receber a folha de respostas, confira seu nome e seus dados pessoais. Comunique imediatamente ao fiscal qualquer irregularidade observada.
- 08.** Assinale as respostas de cada uma das 5(cinco) primeiras questões no corpo da prova e, só depois, transfira os resultados para a folha de respostas.
- 09.** Para marcar a folha de respostas, utilize apenas caneta esferográfica preta ou azul e faça as marcas de acordo com o modelo: ●.
- 10.** A marcação da folha de respostas é definitiva, não admitindo rasuras.
- 11.** Não risque, não amasse, não dobre e não suje a folha de respostas, pois isso poderá prejudicá-lo.
- 12.** Os fiscais não estão autorizados a emitir opinião nem a prestar esclarecimentos sobre o conteúdo das provas. Cabe única e exclusivamente ao participante interpretar e decidir.
- 13.** Se a Comissão verificar que a resposta de uma questão é dúbia ou inexistente, a questão será posteriormente anulada, e os pontos, a ela correspondentes, distribuídos entre as demais.
- 14.** Duração da prova: 4 horas.

Nome: _____

Identidade: _____

Órgão Expedidor: _____

Assinatura: _____

01 Para cada número real m , considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2x^2 + 3x + m$. Decida se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas.

A – (V) (F) Se $m = 2$, o polinômio $f(x)$ possui raiz real.

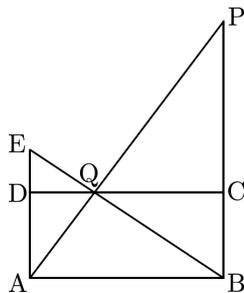
B – (V) (F) Se $m = 1$, a soma das raízes de $f(x)$ é $\frac{3}{2}$.

C – (V) (F) Se $m < 1$, o gráfico de f intersecta o eixo x em dois pontos.

D – (V) (F) Se $m = \frac{9}{8}$, o gráfico de f intersecta o eixo x em apenas um ponto.

E – (V) (F) Se $m = 1$, o menor valor que f assume é $\frac{-3}{4}$.

02 Considere o retângulo $ABCD$ e os triângulos retângulos ABP e ABE dispostos no plano de modo que: os pontos A, D e E são colineares; os pontos B, C e P também são colineares; e que os segmentos CD, EB e AP se intersectam no ponto Q .



Sabendo que as medidas dos segmentos PQ , QC e CB são, respectivamente, 50 cm, 30 cm e 20 cm. Com base nessas informações decida se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas:

- A – (V) (F) O segmento CP mede 40 cm.
- B – (V) (F) A área do triângulo QCP é 1200 cm^2 .
- C – (V) (F) O lado AB mede 45 cm.
- D – (V) (F) A área do retângulo $ABCD$ é menor ou igual do que a área do triângulo QCP .
- E – (V) (F) A área do triângulo DEQ é 75 cm^2 .

03 Um número de 6 algarismos tem o primeiro algarismo (à esquerda) igual a k . Se deslocarmos esse algarismo k para a última posição (à direita), obtemos um novo número de 6 algarismos que é o triplo do primeiro conforme o esquema:

$$\begin{array}{rcccccc} k & a & b & c & d & e \\ & & & & & \times 3 \\ \hline a & b & c & d & e & k \end{array}$$

Tendo essas informações, decida se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas:

A – (V) (F) O algarismo k pode ser 1.

B – (V) (F) O algarismo k pode ser 3.

C – (V) (F) Quando $k = 2$ a soma dos seis algarismos do número em questão é menor que 25.

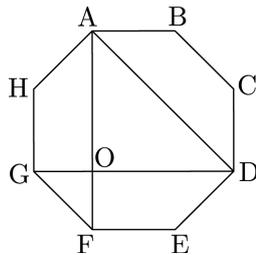
D – (V) (F) Se $a = 1$, $b = 4$, $c = 2$, $d = 8$ e $e = 5$, então $k = 5$.

E – (V) (F) Existem exatamente 2 possibilidades para o algarismo k .

04 Até maio de 2015 os números dos telefones celulares do Estado de Pernambuco eram compostos por 8 dígitos. A partir de então, foi acrescentado o dígito 9 no início de cada número. Supondo que o primeiro dígito dos telefones celulares é sempre igual a 9, e que todos os outros dígitos podem assumir os valores 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, decida se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas:

- A – (V) (F) Antes da mudança, existiam no máximo 10 milhões de números de celulares iniciados com o dígito 9.
- B – (V) (F) Após a mudança, podemos ter mais de 400 mil números de celulares com todos os dígitos distintos.
- C – (V) (F) Supondo que, antes da mudança, todos os números de celulares tinham 9 como primeiro dígito. Após a mudança, a quantidade de possibilidades para números de celular aumentou em 90 milhões.
- D – (V) (F) Atualmente, existem no máximo 10 mil números de celulares com números iniciados com 9876.
- E – (V) (F) Hoje em dia, existem no máximo 600 mil números de celulares com os dígitos 1, 2 e 3, juntos e nesta ordem.

05 Considere um octógono regular de lado 1 cm, abaixo ilustrado.



Analise-o e decida se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas:

A – (V) (F) A medida do segmento AF é $(\sqrt{2} + 1)$ cm.

B – (V) (F) A área do trapézio $DEFG$ é $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ cm².

C – (V) (F) O ângulo $B\hat{A}C$ mede $22,5^\circ$.

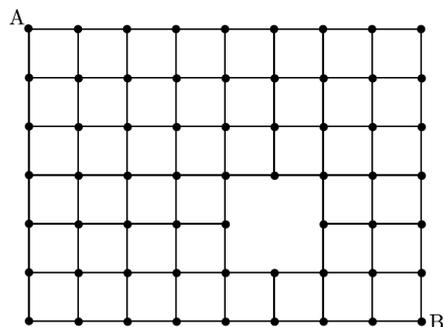
D – (V) (F) A área do triângulo OAD é $\frac{3+2\sqrt{2}}{4}$ cm².

E – (V) (F) O comprimento da poligonal $ABCDGFA$ é $(6 + \sqrt{2})$ cm.

06 Considere um triângulo isóceles ABC com $\overline{AB} = \overline{AC}$, e um ponto D no segmento AC tal que o segmento BD é bissetriz do ângulo \widehat{ABC} , $\overline{CD} = 1$ e $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD}$. Determine o valor da razão:

$$\frac{\text{área do triângulo } ABC}{\text{área do triângulo } BCD} .$$

07 A figura abaixo representa o mapa de uma cidade. Cada aresta representa uma rua e cada vértice representa um cruzamento. Quantos são os trajetos de comprimento mínimo ligando o ponto A ao ponto B?



08 Para quais valores de $a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ com a, b e c distintos dois a dois têm-se

$$\frac{10a + b}{10b + c} = \frac{a}{c} ?$$

Espaço Para RASCUNHO

Espaço Para RASCUNHO

Espaço Para RASCUNHO