



# Olimpíada Pernambucana de Matemática 2016

## Nível - 1

### Caderno de Questões

#### **LEIA COM ATENÇÃO**

01. Só abra este caderno após ler todas as instruções e quando for autorizado pelos fiscais da sala.
02. Preencha os dados pessoais.
03. Não destaque as folhas desse caderno.
04. As 5(cinco) primeiras questões são de proposições múltiplas; cada uma delas apresenta 5(cinco) alternativas para você decidir e marcar na coluna apropriada quais são verdadeiras e quais são falsas. As alternativas podem ser todas verdadeiras, todas falsas ou algumas verdadeiras e outras falsas. Na folha de respostas, as verdadeiras devem ser marcadas na coluna V; as falsas, na coluna F.
05. **As 3(três) últimas questões são discursivas e devem ser resolvidas, no caderno de prova, e na página onde estão enunciadas.**
06. Se o caderno não estiver completo, exija outro do fiscal da sala.
07. Ao receber a folha de respostas, confira seu nome e seus dados pessoais. Comunique imediatamente ao fiscal qualquer irregularidade observada.
08. Assinale as respostas de cada uma das 5(cinco) primeiras questões no corpo da prova e, só depois, transfira os resultados para a folha de respostas.
09. Para marcar a folha de respostas, utilize apenas caneta esferográfica preta ou azul e faça as marcas de acordo com o modelo ● .
10. **A marcação da folha de respostas é definitiva, não admitindo rasuras.**
11. Não risque, não amasse, não dobre e não suje a folha de respostas, pois isso poderá prejudicá-lo.
12. Os fiscais não estão autorizados a emitir opinião nem a prestar esclarecimentos sobre o conteúdo das provas. Cabe única e exclusivamente ao participante interpretar e decidir.
13. Se a Comissão verificar que a resposta de uma questão é dúbia ou inexistente, a questão será posteriormente anulada, e os pontos, a ela correspondentes, distribuídos entre as demais.
14. **Duração da prova: 4 horas.**

Nome: \_\_\_\_\_

Identidade: \_\_\_\_\_

Órgão Expedidor: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**01** O ano de 2016 está acabando, vamos ver se você conhece bem esse número. Para isso, decida se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas:

A – (V) (F) A maior potência de 2 que divide 2016 é  $2^4 = 16$ .

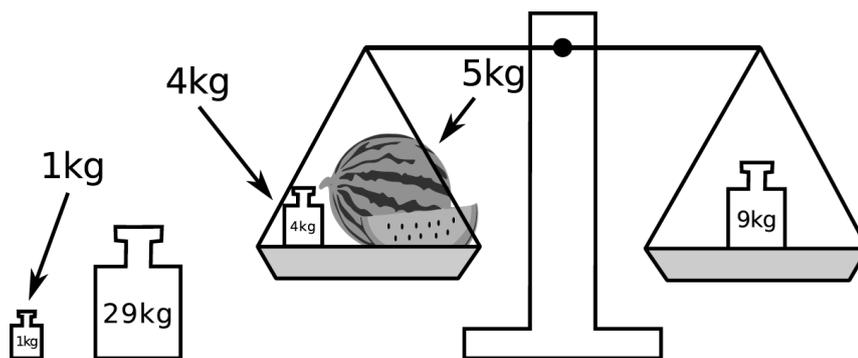
B – (V) (F) 2016 é um quadrado perfeito.

C – (V) (F)  $2016^2$  é divisível por 49.

D – (V) (F) 2016 possui exatamente 16 divisores positivos.

E – (V) (F)  $\text{mdc}(2016, 2015) = 1$ .

**02** Na venda de Seu José todos os produtos possuem pesos representados por números naturais. Na venda é usada uma balança de comparação para pesar frutas, verduras e carnes. Porém, ele só possui 4 pesos: 1 kg, 4 kg, 9 kg e 29 kg. Na imagem abaixo, podemos ver como Seu José distribuiu os pesos e melancia na balança para vender 5kg de melancia.



Considere que seu José nunca utiliza o peso de um produto para pesar outro produto. Com base nesta observação, podemos afirmar que:

- A – (V) (F) Na venda de Seu José é possível pesar 6 kg de maçã.
- B – (V) (F) Seu José pode pesar qualquer produto com no máximo 10 kg.
- C – (V) (F) Seu José pode pesar qualquer produto de 12 kg à 17 kg.
- D – (V) (F) Seu José não consegue pesar 11 kg de carne.
- E – (V) (F) Seu José não consegue pesar produtos com 18 kg.

**03** Sabemos que todo número racional pode ser representado na forma de fração ou de expansão decimal. Considere os seguintes exemplos de expansões decimais:  $\frac{1}{2} = 0,5$  ;  $\frac{1}{3} = 0,333 \dots$  . Nesses exemplos, os algarismos que estão na primeira casa decimal são, respectivamente, 5 e 3.

Sobre a expansão decimal do número  $\frac{1}{37}$ , podemos afirmar que:

A – (V) (F)  $\frac{1}{37} = 0,270270270 \dots$  .

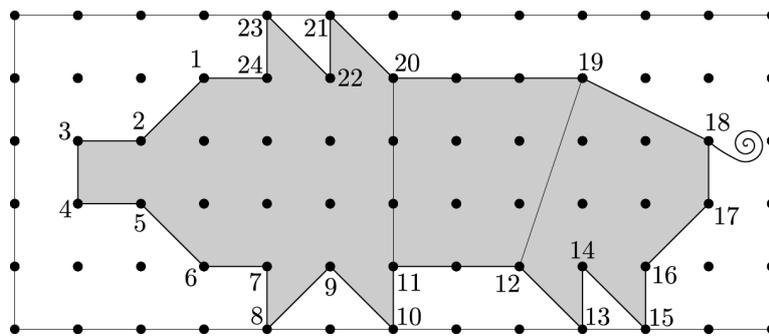
B – (V) (F) O algarismo da 2<sup>a</sup> casa decimal de  $\frac{1}{37}$  é 7 .

C – (V) (F) A soma dos dez primeiros algarismos da parte decimal de  $\frac{1}{37}$  é 29 .

D – (V) (F) O algarismo 0(zero) aparece nas casas decimais cuja a posição é um múltiplo de 3 .

E – (V) (F) O algarismo da 2016<sup>a</sup> casa decimal de  $\frac{1}{37}$  é 7 .

**04** No reticulado a seguir, pontos vizinhos na vertical ou na horizontal estão a 1 cm de distância.



Observe a figura e decida se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas:

- A – (V) (F) O triângulo cujos vértices são 7, 8 e 9 é retângulo e escaleno.
- B – (V) (F) A área da região sombreada é  $28 \text{ cm}^2$ .
- C – (V) (F) A região delimitada pela poligonal cujos vértices são 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 20, 21, 22, 23, 24 e 1 tem a metade da área da figura sombreada.
- D – (V) (F) A área da região sombreada é menor que a área da região não sombreada.
- E – (V) (F) A área da região delimitada pela poligonal cujos vértices são 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 e 12, é  $7 \text{ cm}^2$ .

**05** Nos itens a seguir considere lançamentos simultâneos de dois dados diferentes, um azul e outro vermelho, e que a pontuação obtida em cada lançamento será calculada pela soma dos pontos em cada face superior dos dados. Nesse contexto, podemos afirmar que:

A – (V) (F) Num lançamento temos 5 maneiras de obtermos 6 pontos.

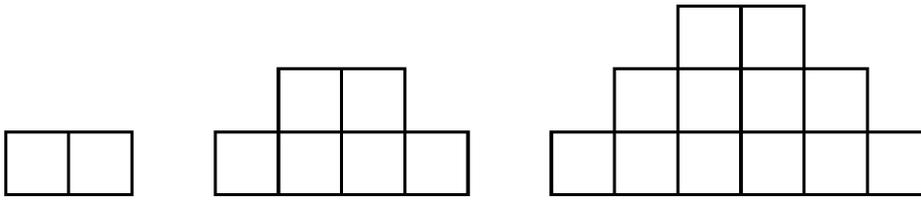
B – (V) (F) Num lançamento existem mais maneiras de obtermos 6 pontos do que de obtermos 5 pontos.

C – (V) (F) A quantidade de maneiras de obtermos a pontuação máxima e a pontuação mínima, em cada lançamento, é a mesma.

D – (V) (F) Temos 31 maneiras de não obtermos 8 pontos em um lançamento.

E – (V) (F) Num lançamento temos 2 maneiras de obtermos uma dupla de ternos (três).

**06** Quadrados de lado 1 cm são empilhados formando sucessivamente figuras com 2 quadrados na base, 4 quadrados na base, 6 quadrados na base, e assim por diante.



Observação: O perímetro de cada uma dessas figuras é o comprimento da linha que delimita a mesma. Por exemplo, a primeira figura acima tem perímetro 6 cm e a segunda tem perímetro 12 cm. Com base nisso, responda as perguntas a seguir:

- (a) Qual o perímetro da figura que tem 2016 quadrados em sua base?
- (b) Qual a área da figura que tem 2016 quadrados em sua base?

**07** Igor é filho de Sílvio que por sua vez é filho de João. A idade de João somada com a idade de seu neto Igor resulta em 78. A idade de João somada com a idade de Sílvio é 96. Descubra quais são as idades de João, Igor e Sílvio sabendo que todas essas idades são números primos e que a soma dos algarismos das idades dos três é 26.

**08** Determine o valor da soma  $S$  dada por:

$$S = \frac{1}{2016 \cdot 2015} + \frac{1}{2015 \cdot 2014} + \cdots + \frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 1} .$$

Espaço Para RASCUNHO

Espaço Para RASCUNHO

Espaço Para RASCUNHO