



Olimpíada Pernambucana de Matemática 2023
Primeira Fase - Nível 2 (8º e 9º anos)

CADERNO DE QUESTÕES


REALIZAÇÃO:



APOIO:



LEIA AS INSTRUÇÕES ABAIXO ANTES DE INICIAR A PROVA!

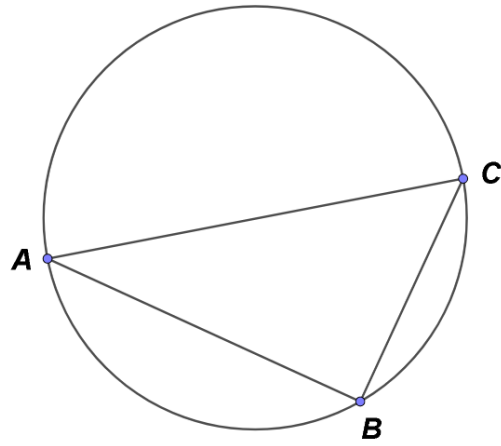
01. Só abra este caderno após ler **todas** as instruções e quando for autorizado pelos fiscais da sala.
02. Preencha os dados pessoais.
03. A prova é composta de 12 questões de múltipla escolha: Para cada questão será atribuído um valor máximo de 10 pontos, totalizando 120 pontos.
04. Para marcar a resposta, utilize apenas caneta esferográfica preta ou azul com o modelo:

05. A marcação da folha de respostas é definitiva, não admitindo rasuras.
06. Marcações duplas, em branco ou diferentes do exemplo acima serão desconsideradas.
07. Se o caderno não estiver completo, exija outro do fiscal da sala.
08. Ao receber a folha de respostas, confira seu nome e seus dados pessoais. Comunique imediatamente ao fiscal qualquer irregularidade observada.
09. Não risque, não amasse, não dobre e não suje a folha de respostas, pois isso poderá prejudicá-lo.
10. Os fiscais não estão autorizados a emitir opinião nem a prestar esclarecimentos sobre o conteúdo das provas. Cabe única e exclusivamente ao participante interpretar e decidir.
11. As soluções dos exercícios poderão ser feitas a lápis ou à caneta. É de responsabilidade do(da) estudante verificar se a prova está legível antes de enviá-la. Passagens ilegíveis poderão ser desconsideradas.
12. Se a Comissão verificar que a resposta de uma questão é dúbia ou inexistente, a questão será posteriormente anulada, e os pontos, a ela correspondentes, distribuídos entre as demais.
13. Duração da prova: 2 horas e 30 minutos.

NOME: _____

NÚMERO DA IDENTIDADE: _____ ÓRGÃO EXPEDIDOR: _____

ASSINATURA: _____

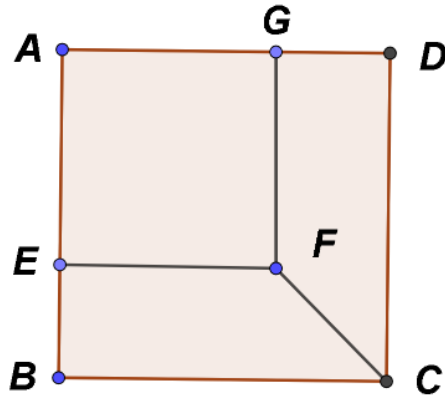
Q1. Considere o triângulo ABC inscrito numa circunferência cujo diâmetro é o segmento AC , de acordo com a figura abaixo:



Assuma que $AC = 1$, $AB = a$ e $BC = b$ de maneira que $ab = \frac{1}{3}$. O valor de $a^4 + b^4$ é:

- (A) $\frac{1}{9}$
- (B) $\frac{3}{9}$
- (C) $\frac{5}{9}$
- (D) $\frac{7}{9}$
- (E) $\frac{9}{9}$

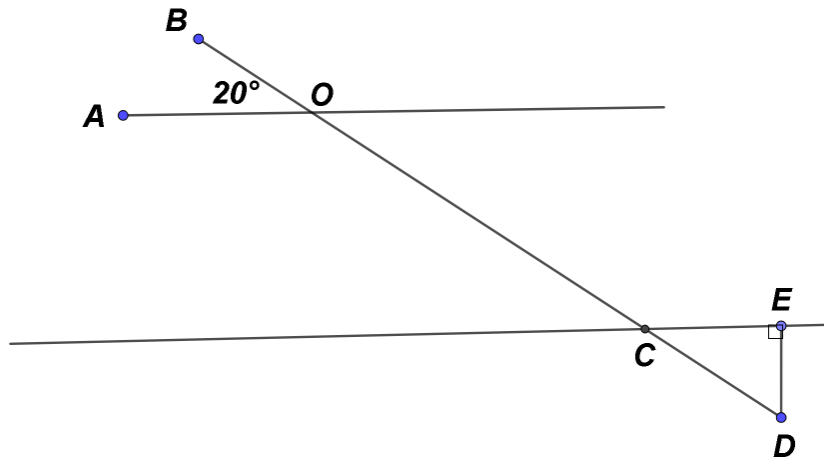
Q2. Considere o quadrado $ABCD$ cujo lado mede 3cm . Construa um novo quadrado $AEFG$ tal que $EB = 1\text{cm}$, de acordo com a figura abaixo:



A área do trapézio $CDGF$ em cm^2 é:

- (A) 1
- (B) 1,5
- (C) 2
- (D) 2,5
- (E) 3

Q3. Os segmentos AO e CE são paralelos, de acordo com a figura abaixo:



Assumindo que o ângulo $\hat{A}OB = 20^\circ$ e o ângulo $\hat{C}ED = 90^\circ$, podemos concluir que o ângulo $\hat{C}DE$ vale:

- (A) 40°
- (B) 50°
- (C) 60°
- (D) 65°
- (E) 70°

Q4. QUESTÃO ANULADA Considere a equação

$$x^8 + 2x^6 + 6x^4 + 2x^2 - 15 = 0.$$

Então o número de soluções reais e distintas da equação acima é:

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 4
- (E) 8

Q5. Considere a função $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f_n(x) = (x - n)(x - n + 1).$$

O valor mínimo da função f_n é:

- (A) $-\frac{1}{4}$
- (B) 0
- (C) 1
- (D) $1 - n$
- (E) n

6. Seja x o valor da expressão numérica

$$\frac{\sqrt[3]{0,125} \cdot (0,5)^{-3} \cdot 4^{16}}{4^{17}}.$$

Qual o valor de x ?

- (A) 0,5
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 4
- (E) 8

7. Os números naturais m , n , p , q , r e s são formados por 3 algarismos não nulos. Assumindo que estes números são distintos e formados pelos mesmos algarismos, então $m + n + p + q + r + s$ é um múltiplo de:

- (A) 10
- (B) 100
- (C) 110
- (D) 200
- (E) 222

8. Seja n um número inteiro positivo. Defina o número n^* por

$$n^* = (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot (n - 3) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1.$$

Por exemplo,

$$6^* = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120.$$

Dentre as alternativas abaixo, podemos concluir que o número de divisores primos distintos do número 21^* é:

- (A) 2
- (B) 8
- (C) 10
- (D) 11
- (E) 21

9. **QUESTÃO ANULADA** Dizemos que um número positivo de três dígitos não nulos é dito **médio** se o seu dígito central é o valor médio dos seus dígitos extremos. Por exemplo, 543 é um número médio pois $4 = \frac{5+3}{2}$. Podemos afirmar que a quantidade de números médios é:

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 9
- (D) 10
- (E) 81

10. **QUESTÃO ANULADA**

Quantos números inteiros entre 99 e 1000 tem a propriedade de que quaisquer dois dígitos adjacentes diferem de uma unidade? Por exemplo, 123, 789, 654.

- (A) 14
- (B) 21
- (C) 28
- (D) 35
- (E) 42

11. QUESTÃO ANULADA Defina

$$\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n.$$

O valor de

$$\sum_{n=1}^{10000} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right)$$

é:

- (A) $\frac{1}{100}$
- (B) $\frac{10}{100}$
- (C) $\frac{99}{100}$
- (D) $\frac{100}{100}$
- (E) 100

12. Numa construção geométrica, os pontos $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{11}$ são distintos e colineares. Sabendo que entre dois pontos P_i e P_{i+1} existem exatamente 3^i retas perpendiculares ao segmento P_iP_{i+1} . Podemos concluir que a quantidade de retas perpendiculares ao segmento P_1P_{11} é:

(A) 3^{11}

(B) $3^{11} - 1$

(C) $3^{11} - 3$

(D) $\frac{3^{11} - 3}{2}$

(E) $\frac{3^{11} + 3}{2}$