



Olimpíada Pernambucana de Matemática 2023
Segunda Fase - Nível 1 (6º e 7º anos)

CADERNO DE QUESTÕES

REALIZAÇÃO:



APOIO:



LEIA AS INSTRUÇÕES ABAIXO ANTES DE INICIAR A PROVA!

01. Só abra este caderno após ler **todas** as instruções e quando for autorizado pelos fiscais da sala.
02. Preencha os dados pessoais.
03. A prova é composta de 5 questões dissertativas: Para cada questão será atribuído um valor máximo de 60 pontos, totalizando 300 pontos.
04. Se o caderno não estiver completo, exija outro do fiscal da sala.
05. Ao receber a folha de respostas, confira seu nome e seus dados pessoais. Comunique imediatamente ao fiscal qualquer irregularidade observada.
06. Os fiscais não estão autorizados a emitir opinião nem a prestar esclarecimentos sobre o conteúdo das provas. Cabe única e exclusivamente ao participante interpretar e decidir.
07. As soluções dos exercícios poderão ser feitas a lápis ou à caneta. É de responsabilidade do(da) estudante verificar se a prova está legível antes de enviá-la. Passagens ilegíveis poderão ser desconsideradas.
08. Se a Comissão verificar que a resposta de uma questão é dúbia ou inexistente, a questão será posteriormente anulada, e os pontos, a ela correspondentes, distribuídos entre as demais.
09. Duração da prova: 4 horas.

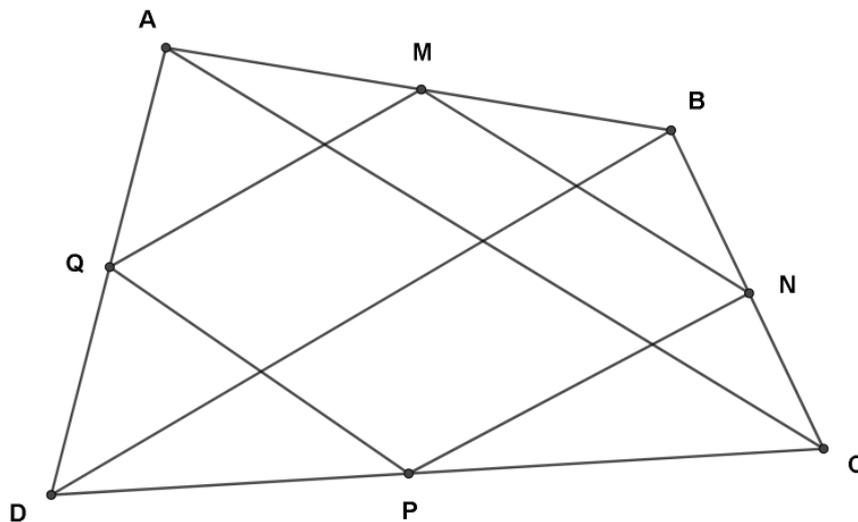
NOME: _____

NÚMERO DA IDENTIDADE: _____ ÓRGÃO EXPEDIDOR: _____

ASSINATURA: _____

Q1. Um número natural n é dito quase-primo se existe um único número natural k , com $1 < k < n$, tal que k divide n . Por exemplo, 4 é um número quase-primo pois 2 é o único natural entre 1 e 4 que divide 4, mas 12 não é um número quase-primo, visto que 2 e 3 dividem 12. Determine a quantidade de números quase-primos entre 1 e 400.

Q2. Considere $ABCD$ um quadrilátero convexo conforme mostra a figura abaixo:



Sejam M, N, P e Q os pontos médios dos segmentos AB, BC, CD e DA , respectivamente. Denote por $[MNPQ]$ a área do quadrilátero $MNPQ$ e $[ABCD]$ a área do quadrilátero $ABCD$. Calcule o valor da razão

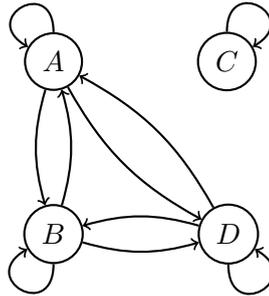
$$\frac{[MNPQ]}{[ABCD]}.$$

Q3. O π -raia dispõe de R\$ 176,00 reais para comprar chocolates. Ele vai à uma loja que os oferece em apenas dois tipos: brancos e pretos. Os chocolates brancos valem R\$ 5,00 reais e os chocolates pretos valem R\$ 7,00 reais. Utilizando o valor total exato disponível pelo π -raia, qual é a menor e maior quantidade de chocolates que ele pode comprar?

Q4. Uma certa empresa deseja implementar um projeto que prevê a construção de diversas ferrovias ligando 4 cidades. O projeto estipula ainda algumas regras que devem ser seguidas:

- i. Entre duas cidades distintas quaisquer podem haver no máximo duas ferrovias;
- ii. Toda cidade deve possuir uma única ferrovia ligando ela à si mesma;
- iii. Se houver uma ferrovia ligando uma cidade A à outra cidade B , deve haver também uma ferrovia ligando B à A ;
- iv. Se houver uma ferrovia ligando uma cidade A à outra cidade B , e uma segunda ferrovia ligando B à C , então deve haver uma terceira ferrovia ligando A à C .

Para exemplificar uma possível implementação do projeto, a empresa forneceu ainda um diagrama, onde as 4 cidades são representadas pelas letras A , B , C e D e as ferrovias, por flechas, conforme abaixo:



De quantas maneiras distintas a empresa pode implementar esse projeto?

Q5 Uma lotérica vende bilhetes de loteria numerados sequencialmente de 100.000 até 500.000. Um bilhete é premiado se o número formado pelos seus 3 últimos dígitos é igual ao dobro do número formado pelos seus 3 primeiros dígitos.

- (A) Encontre os três bilhetes premiados com menor numeração e os três bilhetes premiados com maior numeração.
- (B) Quantos bilhetes premiados existem?
- (C) Determine a soma das numerações de todos os bilhetes premiados.