Olimpíada Pernambucana de Matemática 2025

Primeira Fase - Nível 2 (8º e 9º anos)

CADERNO DE QUESTÕES

Nome completo do(a) aluno(a): ____.

LEIA AS INSTRUÇÕES ABAIXO ANTES DE INICIAR A PROVA!

01. Só abra este caderno após ler **todas** as instruções e quando for autorizado pelos fiscais da sala.

02. Preencha os dados pessoais.

03. A prova é composta de 12 questões de múltipla escolha: Para cada questão será atribuído um valor máximo de 10 pontos, totalizando 120 pontos.

04. Para marcar a resposta, utilize apenas caneta esferográfica preta ou azul com o modelo:

F

05. A marcação da folha de respostas é definitiva, não admitindo rasuras.

06. Marcações duplas, em branco ou diferentes do exemplo acima serão desconsideradas.

07. Se o caderno não estiver completo, exija outro do fiscal da sala.

08. Ao receber a folha de respostas, confira seu nome e seus dados pessoais. Comunique imediatamente ao fiscal qualquer irregularidade observada.

09. Não risque, não amasse, não dobre e não suje a folha de respostas, pois isso poderá prejudicá-lo.

10. Os fiscais não estão autorizados a emitir opinião nem a prestar esclarecimentos sobre o conteúdo das provas. Cabe única e exclusivamente ao participante interpretar e decidir.

11. É de responsabilidade do(da) estudante verificar se a prova está legível antes de entregá-la.

12. Se a Comissão verificar que uma questão é ambígua, a questão será posteriormente anulada, e os pontos, a ela correspondentes, serão distribuídos entre as demais questões.

13. Duração da prova: 2 horas e 30 minutos.

Realização

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Apoio

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
GOVERNO FEDERAL BRASIL UNIÃO E RECONSTRUÇÃO
Associação Olimpíada Brasileira de Matemática
stone
CNPq
Diretório Acadêmico Inovação Departamento de Matemática
UPE Universidade de Pernambuco
UNIVASF
Instituto Federal Pernambuco Campus Pesqueira
Editora Universitária da UFRPE

Acesse nosso site e nosso instagram:

OPEMAT www.opemat.com.br

www.instagram.com/opemat.ufrpe/

1. Débora produz $N > 10$ chocolates. No dia do empacotamento, o fornecedor entrega apenas um dos dois modelos de caixinhas, em quantidade suficiente:

modelo A: caixinhas que acomodam 10 chocolates;

modelo B: caixinhas que acomodam 12 chocolates.

Débora não sabe qual modelo chegará. Ela embalará o máximo possível de chocolates em caixas totalmente preenchidas do modelo recebido e deseja que sobrem exatamente 3 chocolates para dar às suas filhas, independentemente de qual modelo (A ou B) for entregue.

Se N é o menor número natural de chocolates para que isso aconteça, assinale a alternativa que apresenta o valor que corresponde a soma dos dígitos de N.

(A) 2

(B) 3

(C) 6

(D) 9

(E) 11

2. Pedro foi visitar sua amiga Tina e, ao chegar lá, encontrou uma caixa cheia de biscoitos sortidos! Dentro havia 10 biscoitos de chocolate, 9 de morango, 8 de doce de leite e 7 de baunilha.

Tina, que adora um bom desafio, disse o seguinte: **"Você pode ir pegando os biscoitos, um por um, sem olhar! Assim que tirar 3 do mesmo sabor, poderá ficar com eles e devolver o resto."**

Qual a menor quantidade de biscoitos que Pedro precisa retirar para garantir um trio de biscoitos com o mesmo sabor?

(A) 7

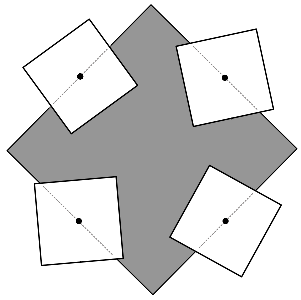
(B) 8

(C) 9

(D) 10

(E) 11

3. Na Quadradolândia, um parque temático resolveu construir um brinquedo tipo carrossel inspirado no símbolo da OPEMAT. O carrossel foi construído da seguinte forma: quatro cabines quadradas de lado 2 são colocadas sobre os lados de uma plataforma quadrada de lado 5 de modo que o centro de cada cabine está posicionada nos pontos médios dos lados da plataforma. Durante seu funcionamento, tanto a plataforma quanto as cabine giram em torno de seus centros de forma aleatória, conferindo momentos de fortes emoções. Em determinado instante, uma vista de cima do brinquedo está representada pela figura a seguir.



Com respeito à medida S da área sombreada que é interna ao quadrado maior e externa aos menores, é correto afirmar que:

(A) O valor de S é igual a 17.

(B) O valor de S está entre 10 e 16.

(C) O valor de S é menor que ou igual a 9.

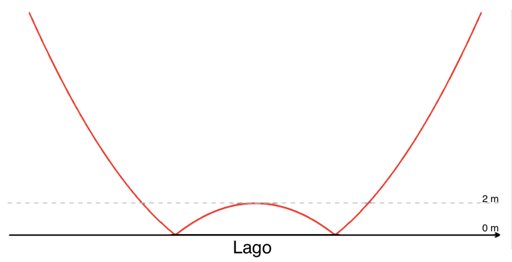
(D) O valor de S é maior que ou igual a 18.

(E) O valor de S depende da posição específica das cabines.

4. O **valor absoluto** ou **módulo** de um número real x é definido como $|x| = x$, se $x \geq 0$ e $|x| = -x$ se $x < 0$. Assim, por exemplo, $|2| = 2$ e $|-2| = 2$.

Um fotógrafo posicionou sua câmera diante de um lago para registrar pássaros que sobrevoam a região em busca de peixes. Ele configurou a câmera para disparar sempre que o pássaro estivesse a 2 metros de altura em relação à superfície da água.

Em certo momento, um pássaro descreve a trajetória dada pela curva $y(t) = |t^2 - 6t + 7|$, conforme ilustrado na figura abaixo, em que y representa a altura do pássaro em relação ao lago (em metros) e t é o tempo decorrido (em segundos).



Assinale a alternativa que corresponde à soma dos instantes de tempo em que a câmera foi acionada.

(A) 3

(B) 5

(C) 7

(D) 9

(E) 11

5. Na cozinha da vovó, há 12 potes coloridos de bombons, todos distintos:

- 7 potes azuis com quantidade par de bombons,
- 5 potes vermelhos com quantidade ímpar de bombons.

João e Maria querem escolher 3 potes para dividir igualmente entre eles. Para que a divisão seja justa, o total de bombons dos 3 potes deve ser um número par (assim, cada um recebe metade exata, sem sobrar bombons). De quantas maneiras diferentes eles podem escolher os 3 potes?

(A) 35

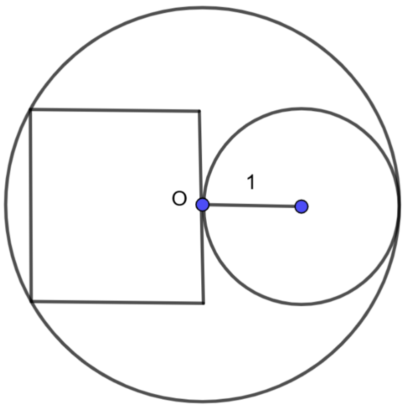
(B) 45

(C) 70

(D) 90

(E) 105

6. Considere um quadrado com dois de seus vértices pertencentes a uma circunferência de centro no ponto O. Uma circunferência menor de raio 1 é tangente a um dos lados do quadrado em O e tangente à circunferência maior, conforme ilustra a figura abaixo.



Assinale a alternativa que corresponde à área do quadrado.

(A) $\frac{16}{5}$

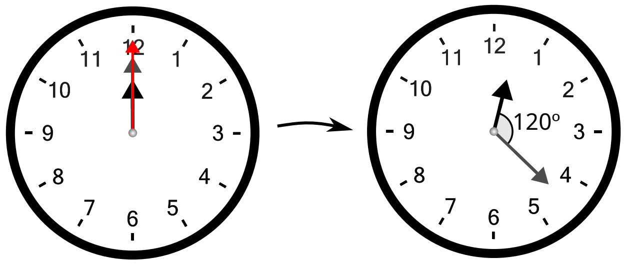
(B) 4

(C) $\frac{9}{4}$

(D) 1

(E) 5

7. Imagine um relógio analógico tradicional marcando exatamente 12:00:00. Após algum tempo, os ponteiros das horas e dos minutos formam pela primeira vez um ângulo de 120° entre si, conforme ilustrado na figura abaixo.



Assinale a alternativa que melhor representa a posição do ponteiro dos segundos no mostrador do relógio no instante de tempo considerado.

(A) Entre 1 e 2

(B) Entre 3 e 4

(C) Entre 6 e 7

(D) Entre 9 e 10

(E) Entre 12 e 1

8. Considere a multiplicação abaixo, em que as letras A, B e C representam um único dígito (de 0 a 9):

$$\begin{array}{r} 2\,A\,B \\ \times\ C\,3 \\ \hline 9\,1\,5\,9 \end{array}$$

Sabendo que a multiplicação está correta, assinale a alternativa que corresponde ao valor do dígito que está na **segunda posição** do número de três algarismos.

(A) 0

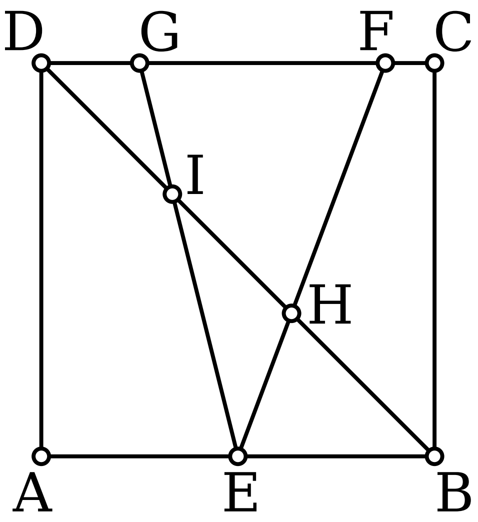
(B) 1

(C) 2

(D) 3

(E) 4

9. Considere um quadrado unitário **ABCD**, conforme mostra a figura abaixo, em que E é o ponto médio do segmento AB, o segmento DG mede $\dfrac{1}{4}$ e o segmento FC mede $\dfrac{1}{8}$.



Assinale a alternativa que corresponde à área do triângulo EIH.

(A) $\dfrac{1}{4}$

(B) $\dfrac{3}{8}$

(C) $\dfrac{3}{16}$

(D) $\dfrac{10}{33}$

(E) $\dfrac{5}{66}$

10. Seja $A(x)$ uma expressão algébrica satisfazendo $A(0) \geq 0$ tal que a equação

$$x^2 + x + 1 = \frac{3}{4}([A(x)]^2 + 1)$$

é verdadeira para todo $x \in \mathbb{R}$. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de $A(x+1) - A(x)$.

(A) $\dfrac{3}{4}$

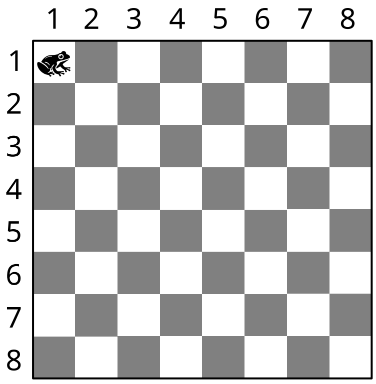
(B) x

(C) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

(D) 0

(E) $\sqrt{3}$

11. Considere um tabuleiro 8×8 pintado, conforme a figura abaixo, e denote pelo par ordenado (i, j) a casa que está na i-ésima linha e j-ésima coluna do tabuleiro.



Um **sapo robô** está inicialmente na posição $(1, 1)$. Ele só pode realizar saltos de exatamente 1 ou 3 casas, sempre dentro do tabuleiro. No primeiro salto, o sapo deve se mover ao longo da linha em que se encontra. No segundo salto, ele deve se mover ao longo da coluna. Nos saltos seguintes, ele deve alternar sempre entre linha e coluna.

Por exemplo, a partir da posição inicial $(1, 1)$, o sapo pode ir para as casas $(1, 2)$ ou $(1, 4)$ no primeiro salto. Após 2025 saltos, o que podemos afirmar?

(A) O sapo pode terminar na casa (6,3).

(B) O sapo pode terminar na casa (5,7).

(C) O sapo pode terminar na casa (7,4).

(D) O sapo pode terminar na casa (4,5).

(E) Nenhuma das anteriores.

12. Durante uma feira de ciências, os organizadores montaram um painel interativo com cartões contendo todos os divisores positivos de 2025^2. Cada cartão contém um único divisor e cada divisor foi escrito em apenas um cartão. Três visitantes escolhem, sem reposição, um cartão cada um. Seja

$$P = \frac{m}{n},$$

com m e n primos entre si, a probabilidade de que entre os três números escolhidos, haja exatamente um número **primo** e dois **quadrados perfeitos**.

Assinale a alternativa que corresponde à soma $m+n$.

(A) 48

(B) 480

(C) 2.028

(D) 2.943

(E) 14.400

RASCUNHO

RASCUNHO

RASCUNHO

RASCUNHO

Identificação

Escola:______________________ Turma:______________

Nome: ______________________________________

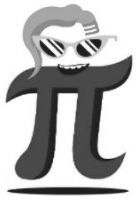
Número da Identidade:______________ Órgão Expedidor:______________

Assinatura:______________________________________

Gabarito

Pi-raia
π-raia

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E



Pi-veta
π-veta