Olimpíada Pernambucana de Matemática 2024

Primeira Fase - Nível 2 (8º e 9º anos)

CADERNO DE QUESTÕES

Nome completo do(a) aluno(a): ____.

LEIA AS INSTRUÇÕES ABAIXO ANTES DE INICIAR A PROVA!

01. Só abra este caderno após ler **todas** as instruções e quando for autorizado pelos fiscais da sala.

02. A prova é composta de 12 questões de múltipla escolha. Se o caderno não estiver completo, exija outro do fiscal da sala.

03. Para cada questão será atribuído um valor máximo de 10 pontos, totalizando 120 pontos.

04. A folha de respostas (gabarito) encontra-se no final deste caderno de questões, preencha seu nome e dados pessoais. Caso a folha de respostas não esteja no final do caderno, informe imediatamente ao fiscal.

05. Para marcar a resposta, utilize apenas caneta esferográfica preta ou azul com o modelo:

F

06. A marcação da folha de respostas é definitiva, não admitindo rasuras.

07. Marcações duplas, em branco ou diferentes do exemplo acima serão desconsideradas.

08. Não risque, não amasse, não dobre e não suje a folha de respostas, pois isso poderá prejudicá-lo.

09. Os fiscais não estão autorizados a emitir opinião nem a prestar esclarecimentos sobre o conteúdo das provas. Cabe única e exclusivamente ao participante interpretar e decidir.

10. É de responsabilidade do(da) estudante verificar se a folha de resposta (gabarito) está legível e completamente preenchido antes de entregá-la.

11. Se a Comissão verificar que uma questão é ambígua, a questão será posteriormente anulada, e os pontos, a ela correspondentes, serão distribuídos entre as demais questões.

12. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.

13. Ao concluir a prova, o participante deve entregar a folha de respostas (gabarito) ao fiscal e pode ficar com o caderno de questões.

Realização

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Apoio

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
GOVERNO FEDERAL BRASIL UNIÃO E RECONSTRUÇÃO
Associação Olimpíada Brasileira de Matemática
stone
CNPq
Diretório Acadêmico Inovação Departamento de Matemática
UPE Universidade de Pernambuco
UNIVASF Universidade Federal do Vale do São Francisco
Instituto Federal Pernambuco Campus Pesqueira
Editora Universitária da UFRPE

Acesse nosso site e nosso instagram:

www.opemat.com.br   www.instagram.com/opemat.ufrpe/

1. Qual é o maior valor possível para c de tal forma que a equação $x^2 - 8x + c = 0$ tenha pelo menos uma raiz real?

(A) 13

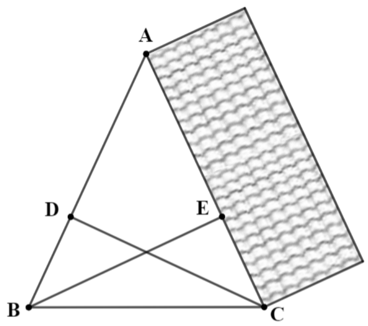
(B) 14

(C) 15

(D) 16

(E) 17

2. Um arquiteto está projetando a inclinação da estrutura da fachada de um telhado com formato triangular, conforme mostrado na figura abaixo.



A construção será feita de modo que a medida do ângulo $\hat{A}$ seja 50° e, para garantir a rigidez da estrutura, é preciso colocar as sustentações BE e CD de modo que sejam perpendiculares aos lados do telhado AC e AB, respectivamente, e que possuam a mesma medida. Assinale a alternativa que corresponde a inclinação do lado BA do telhado, em relação à base BC.

(A) 50°

(B) 55°

(C) 60°

(D) 65°

(E) 75°

3. Janaína gosta de quadrados perfeitos e sempre esta buscando formas diferentes de construí-los. Desta vez, ela esta procurando os inteiros positivos x tais que $x + 2x + \cdots + 100x$ seja um quadrado perfeito. Qual é o menor valor de x que Janaína pode encontrar?

(A) 101

(B) 100

(C) 202

(D) 505

(E) 50

4. Isabela pratica natação, handebol, futebol, vôlei e basquete. Ela pratica um único esporte em cada um dos sete dias da semana. Sabe-se que ela pratica handebol três dias, mas nunca em dois dias consecutivos. Na segunda-feira, ela joga basquete, e na quarta-feira, vôlei. Além disso, Isabela pratica natação e joga futebol, mas não joga futebol se no dia anterior tiver jogado handebol ou praticado natação. Qual é o dia da semana em que Isabela pratica natação?

(A) Domingo

(B) Terça-feira

(C) Quinta-feira

(D) Sexta-feira

(E) Sábado

5. A distância entre dois números reais x e y com $x < y$ na reta numérica, é dada por $y - x$. Sabendo que a distância entre x e $-\dfrac{1}{x}$ é 3, onde x é um número positivo, assinale a alternativa que corresponde a distância entre $\sqrt{x}$ e $-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

(A) 1

(B) $\sqrt{3}$

(C) 2

(D) $\sqrt{5}$

(E) 5

6. Em uma folha de papel estão desenhados 7 pontos, sendo 5 azuis e 2 vermelhos, de acordo com as seguintes regras:

(i) Quaisquer dois pontos podem estar ligados por no máximo um segmento de reta;

(ii) Os pontos vermelhos não estão ligados entre si;

(iii) Cada ponto vermelho está ligado a todos os pontos azuis;

(iv) Todos os pontos azuis estão ligados entre si.

Denotando os pontos vermelhos por v_1 e v_2, de quantas maneiras diferentes podemos conectar o ponto v_1 ao ponto v_2 passando no máximo uma única vez por pelo menos um ponto azul?

(A) 650

(B) 7

(C) $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3$

(D) 325

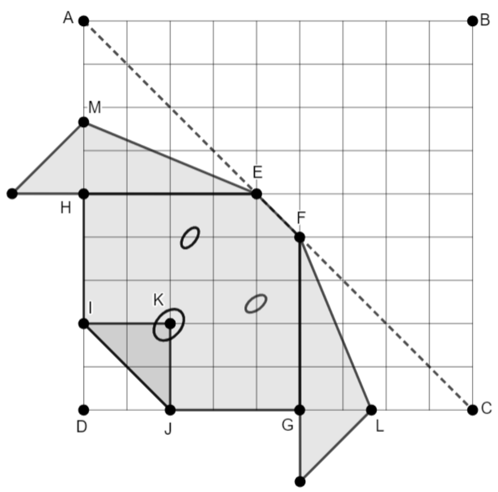
(E) $5 + 4 + 3 + 2 + 1$

7. Para construir o origami "cabeça de cachorro", Chico utiliza um papel reticulado formado por quadrados de $1cm$ de lado, executando os seguintes passos:

i) Dobra o papel ao longo de sua diagonal formando um triângulo;

ii) Dobra o triângulo obtido no passo anterior a partir do ponto F, na figura abaixo, de forma que o segmento FC sobreponha o segmento FG, e a partir do ponto E, de forma que o segmento EA sobreponha o segmento EH;

iii) Dobra a forma resultante de modo que o ponto D sobreponha o ponto K e fazemos os olhos e o nariz obtendo o origami conforme a figura abaixo.



A área do origami "cabeça de cachorro" construído por Chico é:

(A) $\dfrac{110-32\sqrt{2}}{2}$

(B) $\dfrac{109-32\sqrt{2}}{2}$

(C) $\dfrac{117-32\sqrt{2}}{2}$

(D) $\dfrac{110-36\sqrt{2}}{2}$

(E) $\dfrac{117-16\sqrt{2}}{2}$

8. Luiza possui 3 filhas: Ana, Camila e Tereza. Ana e Camila têm 6 e 8 anos, respectivamente. Luiza observou que multiplicando a sua idade pela idade de Ana e somando este valor à idade de Camila vezes a idade de Tereza, obteria como resultado o produto da sua idade pela idade de Tereza, subtraído de 1. Sabendo que Luiza tem mais de 30 anos, assinale a alternativa que corresponde a soma das idades de Luiza e Tereza?

(A) 28

(B) 36

(C) 50

(D) 64

(E) 66

9. Numa aula de Matemática, o Professor Paulo Santiago afirmou para seu aluno Pedro que existe um único número inteiro n tal que o número da forma n^2+n+1 é um divisor de n^3-n^2-2n+3 no conjunto dos números inteiros. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de n^2+n+1.

(A) 3

(B) 7

(C) 13

(D) 31

(E) 93

10. Arthur está brincando com Dafne de escrever números usando expressões incomuns. Ele então escreveu o número

$$\frac{1}{(\sqrt[32]{2}+1)\cdot(\sqrt[16]{2}+1)\cdot(\sqrt[8]{2}+1)\cdot(\sqrt[4]{2}+1)\cdot(\sqrt{2}+1)}+1,$$

e desafiou Dafne a determiná-lo. Dentre as alternativas abaixo, assinale a que corresponde a uma resposta correta para o desafio.

(A) $\sqrt{2}$

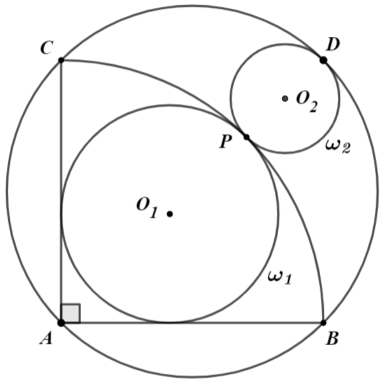
(B) $\sqrt[4]{2}$

(C) $\sqrt[8]{2}$

(D) $\sqrt[16]{2}$

(E) $\sqrt[32]{2}$

11. Na figura abaixo, o círculo ω_1 de centro O_1 e raio r_1 está inscrito no setor circular CAB de centro A, e tangencia o arco BC e o círculo ω_2 de centro O_2 e raio r_2 no ponto P. Por sua vez, o círculo ω_2 é tangente ao círculo maior que passa pelos pontos ABC. Assinale a alternativa que corresponde à razão $\dfrac{r_1}{r_2}$.



(A) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

(B) $\frac{5}{2}$

(C) 2

(D) $\frac{6}{\sqrt{2}}$

(E) $2\sqrt{2}$

12. Joana organizou uma loteria com 2024 bilhetes, escrevendo na frente de cada bilhete um número n em vermelho, com $1 \leq n \leq 2024$, e no verso, o número $(2024 - n)$ em azul. Joana estabeleceu como regra que um bilhete é premiado se o produto entre o número que está na frente e o número que está no verso é múltiplo de 2024. Se um bilhete é sorteado ao acaso, qual a probabilidade de que seja um bilhete premiado?

(A) $\dfrac{1}{1012}$

(B) $\dfrac{1}{2024}$

(C) $\dfrac{3}{1012}$

(D) $\dfrac{3}{2024}$

(E) $\dfrac{5}{2024}$

Identificação

Escola:________________________________ Turma:________________

Nome: ____

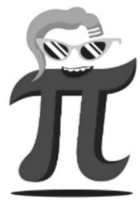
Número da Identidade:________________ Órgão Expedidor:________________

Assinatura:____

Gabarito

Pi-raia
π-raia

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E



Pi-veta
π-veta