



Olimpíada Pernambucana de Matemática 2024

Segunda Fase - Nível 1 (6º e 7º anos)

CADERNO DE QUESTÕES



Nome completo do(a) aluno(a): _____.

Número da identidade: _____ Órgão Expedidor: _____.

Assinatura: _____.

LEIA AS INSTRUÇÕES ABAIXO ANTES DE INICIAR A PROVA!

01. Só abra este caderno após ler **todas** as instruções e quando for autorizado pelos fiscais da sala.
02. Preencha os dados pessoais.
03. A prova é composta de 5 questões dissertativas: Para cada questão será atribuído um valor máximo de 60 pontos, totalizando 300 pontos.
04. Se o caderno não estiver completo, exija outro do fiscal da sala.
05. Ao receber a folha de respostas, confira seu nome e seus dados pessoais. Comunique imediatamente ao fiscal qualquer irregularidade observada.
06. Os fiscais não estão autorizados a emitir opinião nem a prestar esclarecimentos sobre o conteúdo das provas. Cabe única e exclusivamente ao participante interpretar e decidir.
07. As soluções dos exercícios poderão ser feitas a lápis ou à caneta. É de responsabilidade do(da) estudante verificar se a prova está legível antes de enviá-la. Passagens ilegíveis poderão ser desconsideradas.
08. Se a Comissão considerar que a resposta de uma questão é dúbia ou inexistente, a questão será posteriormente anulada, e os pontos, a ela correspondentes, distribuídos entre as demais.
09. Duração da prova: 4 horas.

Realização



UNIVERSIDADE
FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Apoio



Acesse nosso site e nosso instagram:



www.opemat.com.br



www.instagram.com/opemat.ufrpe/

1. Os 15 membros da comissão de provas da OPEMAT estavam sentados em torno de uma mesa redonda quando, de repente, o coordenador da OPEMAT entra na sala, esbaforido, gritando:

– *“Pessoal, é urgente! Temos uma demanda enorme e pouca gente para ajudar. O que faremos agora?”* –

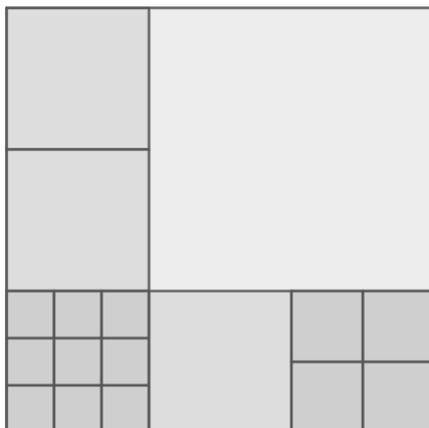
Após uma longa discussão, ele decide escolher aleatoriamente três membros da comissão de provas para auxiliá-lo nas tarefas pendentes. De quantas maneiras ele pode escolher estes três membros de forma que pelo menos dois destes estejam sentados um ao lado do outro?

Solução:

2. Gauclydes trabalha na π -loto transportes como motorista e fará apenas 100 viagens pela empresa. No aplicativo da π -loto, após cada viagem, o motorista recebe uma nota que pode ser 1, 2, 3, 4 ou 5. Curiosamente, Gauclydes recebeu até agora apenas notas 1 e notas 5, e sua média no aplicativo é 3,9. Quais são as possibilidades para o número de viagens que Gauclydes fez pela π -loto até agora?

Solução:

3. Márcia desenvolveu uma técnica para recortar cerâmicas quadradas em pedaços quadrados menores, sem deixar sobras. Na figura abaixo, temos uma representação de um dos seus recortes, que resulta em 17 quadrados menores de quatro tamanhos diferentes.



Como podem ser outros recortes de Márcia que resultem em:

(A) 22 quadrados menores, com no mínimo quatro deles de tamanhos diferentes, sem deixar sobras?

Observação: O quadrado escrito **Solução** é onde você irá colocar sua resposta final (a que irá ser corrigida). Os quadrados escritos **Rascunho** podem ser utilizados para você testar possíveis soluções.

Rascunho



Rascunho

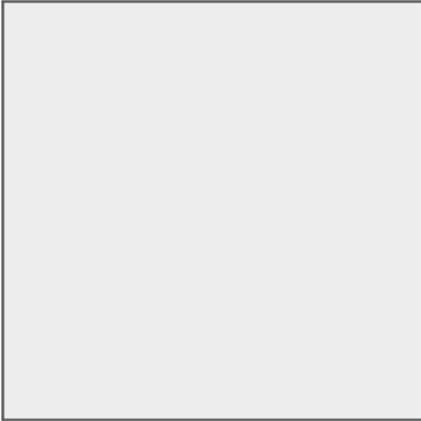


Solução



(B) 24 quadrados menores, com no mínimo quatro deles de tamanhos diferentes, sem deixar sobras?

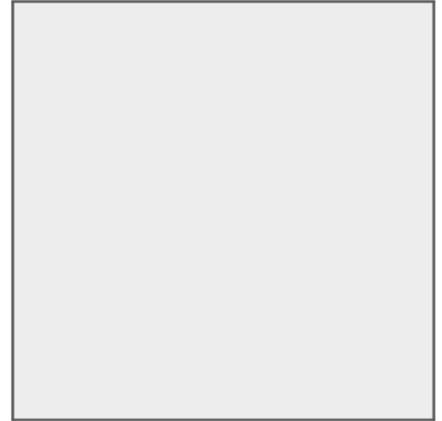
Rascunho



Rascunho

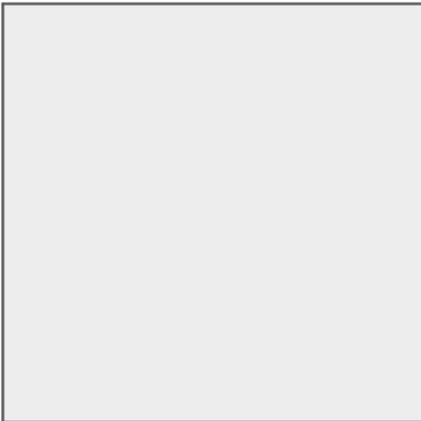


Solução



(C) 36 quadrados menores, com no mínimo quatro deles de tamanhos diferentes, sem deixar sobras?

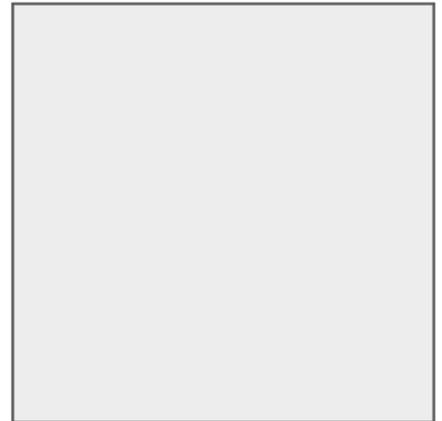
Rascunho



Rascunho



Solução



4. Seja x o menor número inteiro positivo que satisfaz simultaneamente as seguintes condições: $2x$ é o quadrado de um número inteiro positivo, $3x$ é o cubo de um número inteiro positivo e $5x$ é a quinta potência de um número inteiro positivo. Determine a decomposição em fatores primos de x .

Solução:

5. Considere o tabuleiro a seguir

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Uma operação permitida é escolher uma linha ou coluna e somar 1 aos três números ou subtrair 1 de todos eles. Determine se é possível, mediante uma sequência de operações permitidas, obter o tabuleiro

9	8	7
6	5	4
3	2	1

Solução: