



Olimpíada Pernambucana de Matemática 2017

NÍVEL 1

Caderno de Questões



LEIA COM ATENÇÃO

- 01.** Só abra este caderno após ler todas as instruções e quando for autorizado pelos fiscais da sala.
- 02.** Preencha os dados pessoais.
- 03.** Não destaque as folhas desse caderno.
- 04.** A primeira questão é de proposições múltiplas; apresenta 5(cinco) alternativas para você decidir e marcar na coluna apropriada quais são verdadeiras e quais são falsas. As alternativas podem ser todas verdadeiras, todas falsas ou algumas verdadeiras e outras falsas. Na folha de respostas, as verdadeiras devem ser marcadas na coluna V; as falsas, na coluna F.
- 05.** A segunda e a terceira questões são numéricas, tem respostas cujos valores variam de 00 a 99 que devem ser marcados, na folha de respostas, no local correspondente ao número da questão. (Coluna d para as dezenas e coluna u para as unidades. Respostas com valores entre 0 e 9 devem ser marcadas antepondo-se zero (0) ao valor, na coluna d).
- 06.** As 3(três) últimas questões são discursivas e devem ser resolvidas, no caderno de prova, e na página onde estão enunciadas.
- 07.** Se o caderno não estiver completo, exija outro do fiscal da sala.
- 08.** Ao receber a folha de respostas, confira seu nome e seus dados pessoais. Comunique imediatamente ao fiscal qualquer irregularidade observada.
- 09.** Assinale as respostas de cada uma das 3(três) primeiras questões no corpo da prova e, só depois, transfira os resultados para a folha de respostas.
- 10.** Para marcar a folha de respostas, utilize apenas caneta esferográfica preta ou azul e faça as marcas de acordo com o modelo ● .
- 11.** A marcação da folha de respostas é definitiva, não admitindo rasuras.
- 12.** Não risque, não amasse, não dobre e não suje a folha de respostas, pois isso poderá prejudicá-lo.
- 13.** Os fiscais não estão autorizados a emitir opinião nem a prestar esclarecimentos sobre o conteúdo das provas. Cabe única e exclusivamente ao participante interpretar e decidir.
- 14.** Se a Comissão verificar que a resposta de uma questão é dúbia ou inexistente, a questão será posteriormente anulada, e os pontos, a ela correspondentes, distribuídos entre as demais.
- 15.** Duração da prova: 4 horas.

NOME: _____

IDENTIDADE: _____ ÓRGÃO EXPEDIDOR: _____

ASSINATURA: _____

- 01.** O quadrado mágico é um jogo de completar as “casas” de uma tabela, com números, de modo que a soma dos números nas linhas, colunas e das diagonais sejam sempre iguais. Iremos completar o quadrado de tamanho 3, ou seja, 9 casas serão preenchidas com os números distintos de 1 a 9. Por exemplo:

6	1	8
7	5	3
2	9	4

A– (V) (F) É possível completar o quadrado mágico:

2	9	
	5	

B– (V) (F) É possível construir um quadrado mágico começando com o 1 no seu centro:

	1	

C– (V) (F) Só é possível completar o quadrado pondo o 5 no seu centro:

D– (V) (F) É possível completar o quadrado:

9		
	5	

E– (V) (F) É possível completar os quadrados:

	9	
2	5	

	9	
	5	
2		

- 02.** Dado um número n natural, denotamos por $s(n)$ a soma dos algarismos de n . Determine a quantidade $K = s(s(7^{1004}))$ sabendo que $20 < K < 30$.

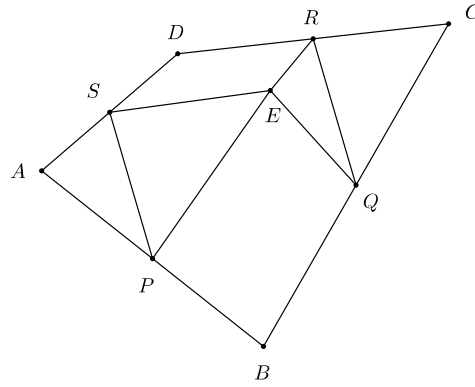
- 03.** Você já percebeu que os dados que são vendidos são cubos com os números de 1 até 6 em suas faces e que a soma dos números nas faces opostas é sempre 7? Quantos dados desse tipo podem ser construídos?

04. Enumera-se de 1 até n as páginas de um livro.

- a) Ao somar esses números, por engano, um deles é somado duas vezes obtendo o resultado incorreto 1819. Qual o número que foi somado duas vezes?
- b) E se soubessémos que contamos repetidamente não apenas uma, mas duas páginas: sendo uma contada três vezes e outra duas. Com a soma errada dando 1819, quais seriam os possíveis pares de páginas que foram somados mais de uma vez? Em cada par indique qual página poderia ter sido somada três e duas vezes.

- 05.** Alice escreve os números de 1 até 15 no quadro negro. Ela escolhe números a e b arbitrários, apaga-os e escreve no quadro o número $ab + 2a = 2b + 2$. Qual número estará no quadro após Alice realizar este procedimento 14 vezes?

- 06.** Considere o quadrilátero convexo $ABCD$ a seguir. Sejam P , Q , R e S os pontos médios dos lados AB , BC , CD e DA , respectivamente, e E um ponto no interior de $ABCD$. Utilize a notação $[P_1P_2P_3P_4]$ para expressar área do quadrilátero $P_1P_2P_3P_4$ e a notação $[P_1P_2P_3]$ para indicar a área do triângulo $P_1P_2P_3$.



1. Demonstre a relação $[APES] + [CREQ] = [DSER] + [BQEP]$,
Sugestão: Considere os segmentos que unem o ponto E aos vértices do quadrilátero.
2. Prove que $[QCR] = \frac{1}{4}[BCD]$. Conclua que $[APS] + [QCR] = \frac{1}{4}[ABCD]$.
3. Determine a área do triângulo SPE sabendo-se que as áreas de QRE e $ABCD$ medem 5cm^2 e 60cm^2 respectivamente.

