



Olimpíada Pernambucana de Matemática 2022
Segunda Fase - Nível 1 (6º e 7º anos)

CADERNO DE QUESTÕES

REALIZAÇÃO:



APOIO:



LEIA AS INSTRUÇÕES ABAIXO ANTES DE INICIAR A PROVA!

01. Só abra este caderno após ler **todas** as instruções e quando for autorizado pelos fiscais da sala.
02. Preencha os dados pessoais.
03. A prova é composta de 5 questões: 1 questão do tipo Verdadeiro ou Falso e 4 questões dissertativas. Para cada questão será atribuído um valor máximo de 60 pontos, totalizando 300 pontos.
04. A resposta da questão do tipo Verdadeiro ou Falso só será considerada mediante a marcação no gabarito e justificativa.
05. Para marcar a resposta, utilize apenas caneta esferográfica preta ou azul com o modelo:

06. A marcação da folha de identificação é definitiva, não admitindo rasuras.
07. Marcações duplas, em branco ou diferentes do exemplo acima serão desconsideradas.
08. **Além de marcar a alternativa, você deve também justificar a resposta na folha destinada.**
09. As 4(quatro) questões discursivas devem ser resolvidas, no Caderno de Questões, e na página onde estão enunciadas.
10. Se o caderno não estiver completo, exija outro do fiscal da sala.
11. Ao receber a folha de identificação, confira seu nome e seus dados pessoais. Comunique imediatamente ao fiscal qualquer irregularidade observada.
12. Não risque, não amasse, não dobre e não suje a folha de identificação, pois isso poderá prejudicá-lo.
12. Os fiscais não estão autorizados a emitir opinião nem a prestar esclarecimentos sobre o conteúdo das provas. Cabe única e exclusivamente ao participante interpretar e decidir.
13. As soluções dos exercícios poderão ser feitas a lápis ou à caneta. É de responsabilidade do(da) estudante verificar se a prova está legível antes de entregá-la. Passagens ilegíveis poderão ser desconsideradas.
14. Se a Comissão verificar que a resposta de uma questão é dúbia ou inexistente, a questão será posteriormente anulada, e os pontos, a ela correspondentes, distribuídos entre as demais.
15. Duração da prova: 4 horas.

NOME: _____

IDENTIDADE: _____ ÓRGÃO EXPEDIDOR: _____

ASSINATURA: _____

ESPAÇO RESERVADO
PARA RASCUNHO

Q1. Diego está fazendo pulseiras para vender. Ele usa dezoito(18) bolinhas para cada pulseira, um(1) fecho e dois(2) pingentes: um do Pi-raia e outra da Pi-veta. Ele tem apenas duas cores de bolinhas disponíveis: preto e cinza. Na hora de montar uma pulseira, ele sempre segue as seguintes regras:

Regra 1: Primeiro deve ser colocada a primeira parte do fecho, depois o pingente do Pi-raia, depois uma sequência de dezoito(18) bolinhas, depois o pingente da Pi-veta e por fim a outra parte do fecho;

Regra 2: A pulseira deve conter bolinhas de ambas as cores: preto e cinza;

Regra 3: Fixa-se uma sequência de cores de bolinhas e repete-se esta sequência de modo a atingir as dezoito(18) bolinhas;

Regra 4: As repetições da sequência de bolinhas fixada deverão ser sempre completas.

Uma pulseira que satisfaça as quatro regras acima é dita uma **pulseira elegante**.

Assim, por exemplo, a sequência de bolinhas (preto, preto, cinza) produz uma pulseira elegante (Figura 1). Já a sequência (preto, preto, cinza, cinza) não produz (Figura 2).

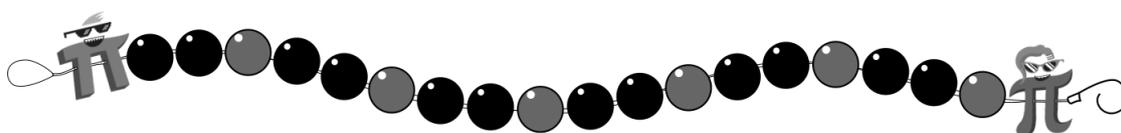


Figura 1: Pulseira elegante

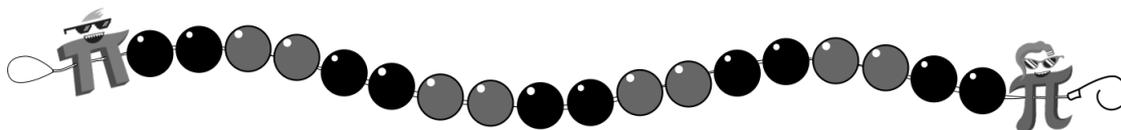


Figura 2: Pulseira não elegante

Julgue os itens a seguir atribuindo (V) se a afirmação for VERDADEIRA ou (F) se a afirmação for FALSA.

- (A) (V) (F) A sequência de bolinhas (preto, cinza) produz uma pulseira elegante.
- (B) (V) (F) Sequências com cinco(5) bolinhas produzem pulseiras elegantes.
- (C) (V) (F) Diego só consegue fazer pulseiras elegantes com sequências de cores se repetindo a cada três(3) bolinhas ou nove(9) bolinhas.
- (D) (V) (F) Diego consegue fazer seis(6) pulseiras elegantes distintas usando sequência de cores se repetindo a cada três(3) bolinhas.
- (E) (V) (F) O total de pulseiras elegantes distintas que Diego produz é 572.

QUADRO DE RESPOSTAS

(A resposta dessa questão só será considerada mediante a marcação no gabarito e justificativa!)

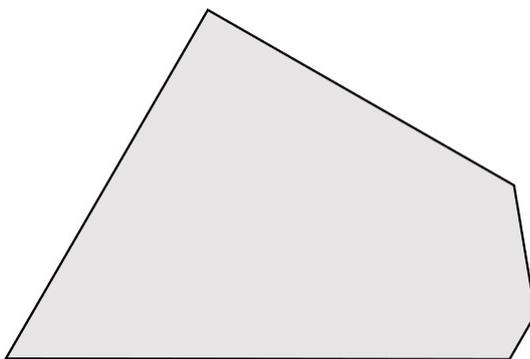
Q1	A	B	C	D	E
V	ⓧ	ⓧ	ⓧ	ⓧ	ⓧ
F	ⓧ	ⓧ	ⓧ	ⓧ	ⓧ

ESPAÇO RESERVADO
PARA RASCUNHO

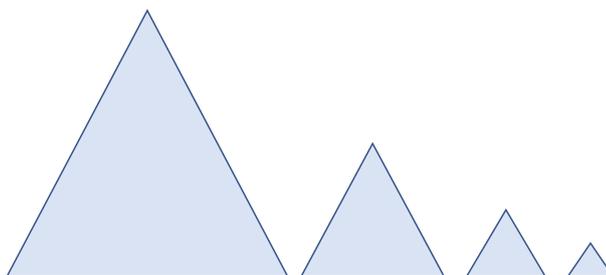
ESPAÇO PARA RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 01:

ESPAÇO RESERVADO
PARA RASCUNHO

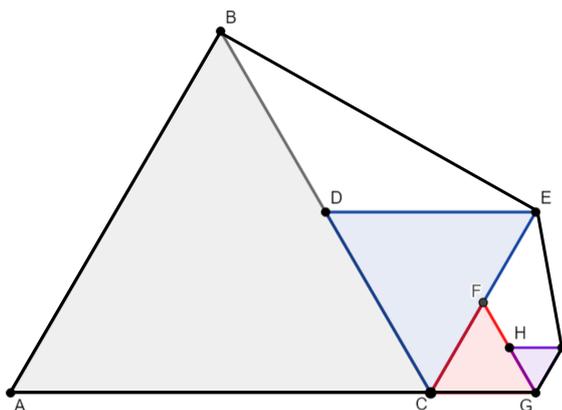
Q2. João gosta de ajudar o seu avô, Seu José, quando ele faz suas “invenções” no quintal de casa. Desta vez, Seu José está aproveitando algumas sobras de cerâmica para cobrir uma parte do piso do quintal representada pela figura abaixo:



Até agora, Seu José encontrou quatro cerâmicas com formato de triângulo equilátero, para fazer sua “arte”. O maior triângulo tem lado medindo $AB = 8\text{cm}$, o lado do segundo a metade deste, o lado do terceiro a metade do segundo e o lado quarto a metade do terceiro.



Ao colocar as quatro cerâmicas, Seu José percebeu que ainda faltavam duas regiões para preencher e pediu ajuda ao seu neto nesta tarefa.



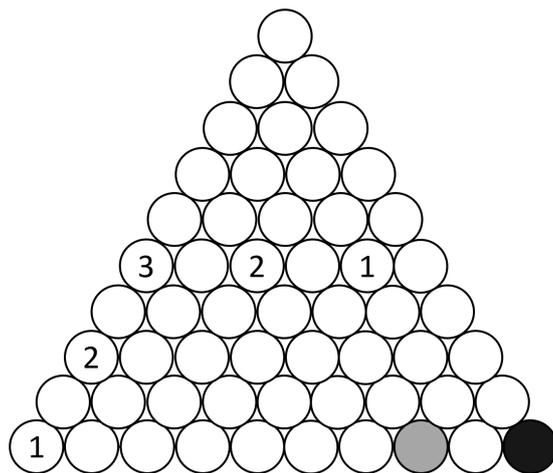
Para terminarem a “arte”, quais as medidas dos lados $L = BE$ e $l = EI$ das peças de cerâmica que João precisa achar?

ESPAÇO RESERVADO
PARA RASCUNHO

ESPAÇO PARA RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 02:

ESPAÇO RESERVADO
PARA RASCUNHO

Q3. Na figura abaixo, vamos escrever números naturais dentro de cada círculo de modo que a soma dos números escritos em cinco círculos alinhados e consecutivos seja sempre a mesma.



Determine os números escritos nos círculos cinza e preto, de modo que a soma de todos os números escritos nos círculos da figura seja igual a 165 e a diferença entre o número escrito no círculo preto e o número escrito no círculo cinza seja igual a 1.

ESPAÇO PARA RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 03:

ESPAÇO RESERVADO
PARA RASCUNHO

CONTINUAÇÃO DA RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 03:

ESPAÇO RESERVADO
PARA RASCUNHO

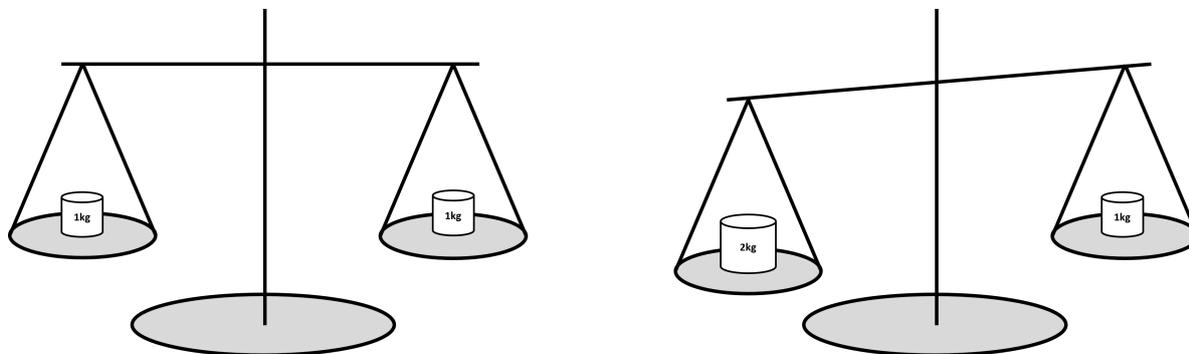
Q4. Um número inteiro positivo T par e menor do que 500 admite 8 divisores positivos, sendo 13 um deles. Determine todas as possibilidades para T .

ESPAÇO PARA RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 04:

ESPAÇO RESERVADO
PARA RASCUNHO

Q5. Em um grupo de 8 moedas, sendo 5 moedas verdadeiras de mesmo peso M e 3 moedas falsas de mesmo peso m , com m menor do que M , isto é, as moedas falsas são mais leves do que as moedas verdadeiras. Suponha que você dispõe de uma balança constituída de dois pratos de modo que você pode comparar os pesos de dois grupos de objetos dispostos em cada prato da seguinte maneira: Ao colocar os objetos de cada grupo nos pratos, se os pesos dos dois grupos de objetos são iguais, então os pratos vão ficar na mesma altura, caso contrário um grupo de objetos pesa mais que o outro e o grupo mais pesado estará no prato posicionado embaixo do outro prato (conforme figura abaixo).

Qual o número mínimo de pesagens necessárias para encontrar um par com uma moeda verdadeira e uma falsa?



ESPAÇO PARA RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 05:

ESPAÇO RESERVADO
PARA RASCUNHO

CONTINUAÇÃO DO ESPAÇO DA RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 05:

ESPAÇO RESERVADO
PARA RASCUNHO