



Olimpíada Pernambucana de Matemática 2021

NÍVEL 2

Caderno de Questões



LEIA COM ATENÇÃO

- 01.** Só inicie a prova após ler as instruções;
- 02.** Coloque no início da sua folha de respostas os seus dados pessoais informados no final desta folha;
- 03.** A prova é composta de 5 questões: 1 questão de Verdadeiro ou Falso e 4 questões dissertativas. Para cada questão será atribuído um valor máximo de 60 pontos, totalizando 300 pontos;
- 04.** As soluções deverão ser registradas preferencialmente em apenas um lado das folhas A4 brancas, ficando proibidos os escritos no verso;
- 05.** As soluções dos exercícios poderão ser feitas a lápis ou à caneta. É de responsabilidade do(da) estudante verificar se a prova está legível antes de enviá-la. Passagens ilegíveis poderão ser desconsideradas;
- 06.** Os fiscais não estão autorizados a emitir opinião nem a prestar esclarecimentos sobre o conteúdo das provas. Cabe única e exclusivamente ao participante interpretar e decidir;
- 07.** Se a Comissão verificar que a resposta de uma questão é dúbia ou inexistente, a questão será posteriormente anulada, e os pontos, a ela correspondentes, distribuídos entre as demais;
- 08.** Duração da prova: 4 horas;
- 09.** Após o término do exame, os (as) estudantes terão até 30 minutos para realizar a digitalização e o envio e não podem escrever nada a mais nas provas durante esse período. Envie também as folhas de rascunho;
- 10.** A prova deve ser enviada preferencialmente em um arquivo único no Google Classroom em formato PDF. O nome do arquivo deve ser código de inscrição do estudante, exemplo 1234567891.pdf.

NOME: _____

IDENTIDADE: _____ ÓRGÃO EXPEDIDOR: _____

ASSINATURA: _____

- 1.** No decorrer dos anos, muitas vezes nos deparamos com datas curiosas como 10/02/2001, que ao desconsiderarmos as barras, lidas da esquerda para direita ou da direita para esquerda resultam no mesmo número. Números com essa característica são chamados de *palíndromos*. Em 2020, por exemplo, tivemos uma data que formou um número palíndromo

02/02/2020.

Verifique as afirmações a seguir atribuindo (V) se a afirmação for VERDADEIRA ou (F) se a afirmação for FALSA.

- A** – (V) (F) A próxima data que forma um número palíndromo é 12/02/2021.
B – (V) (F) A última data que formou um número palíndromo, antes de 02/02/2020 foi 21/02/2012.
C – (V) (F) Nesta década, de 01/01/2020 à 31/12/2029 teremos 6 datas que formam números palíndromos.
D – (V) (F) O último palíndromo do milênio será 13/12/2131.
E – (V) (F) Durante este século, 01/01/2001 à 31/12/2100 temos 30 datas que formam números palíndromos.

2. Em um determinado país as cédulas de dinheiro são de \$5 e de \$9 apenas.

(A) É possível comprar algo, que custa \$31, sem receber troco ou pagar a mais por isso? Justifique.

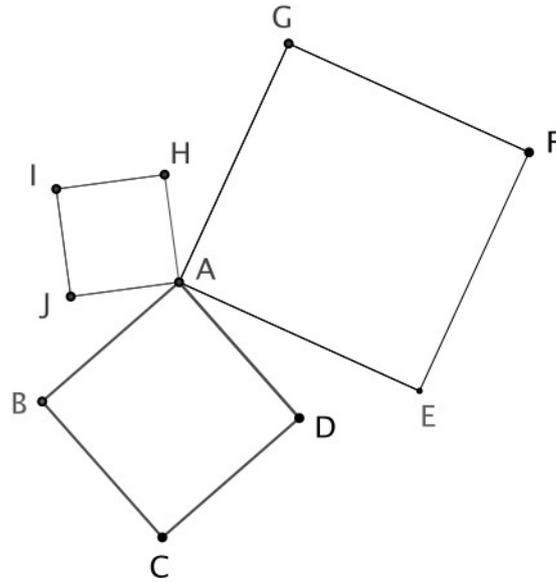
(B) A partir de que valor, sempre é possível pagar com notas de \$5 e \$9 sem que seja necessário receber trocos?

3. Certo dia, o π -raia e seus amigos se reuniram para jogar um jogo de *RPG* chamado “Numbers & Dragons”. Durante a aventura imaginária, o π -raia encontra um aterrorizante dragão adormecido guardando um enorme tesouro. O mestre de jogo informa ao π -raia que o dragão tem 20 pontos de vida e que se em seis rodadas o π -raia não conseguir causar exatamente 20 pontos de dano ao dragão, ele será devorado na sétima rodada. A cada rodada, o π -raia pode usar aleatoriamente apenas uma dentre três opções:

- (i) Uma espada que causa dano de 1 ponto de vida;
- (ii) um arco e flecha que causa dano de 3 pontos de vida;
- (iii) uma poderosa magia que causa dano de 7 pontos de vida.

De quantos modos é possível que o π -raia derrote o dragão em precisamente 6 rodadas?

4. Considere três quadrados arbitrários $\square ABCD$, $\square AEF G$ e $\square AH I J$ tendo em comum apenas o vértice A , conforme mostra a figura abaixo.



Se a área do triângulo $\triangle CFI$ é igual a 6, determine a área do triângulo $\triangle BEH$.

5. Considere um número $n > 10$ cuja representação decimal possui k dígitos todos não nulos. Um número n desta forma é dito *ancorado* se cada um dos inteiros obtidos quando excluimos um dígito de n é divisor de n . Por exemplo, o número 12 é ancorado enquanto que o número 13 não é ancorado.
- (A) Encontre os números ancorados de dois dígitos.
- (B) Prove que não existem números ancorados com mais de dois dígitos.